

2024年度 入学者選抜学力試験問題

数学

(50分)

〔注意〕

- 問題は①～⑤まであります。
- 受験番号のシールは解答用紙の指定の欄に貼りなさい。
- 解答は解答用紙の所定のところへ記入しなさい。
- 計算は問題用紙の余白にしなさい。
- 円周率は π とします。

育英西高等学校

1 次の各問いに答えなさい。

(1) 次の計算をしなさい。

$$\textcircled{1} \quad \frac{4}{3} \times (-0.5)^2 - 0.75 \div (-3^2)$$

$$\textcircled{2} \quad x - \frac{3x - y}{2} - \frac{x - 2y}{3}$$

$$\textcircled{3} \quad (-2x)^3 \div (-6x^3y)^2 \times 3xy^5$$

$$\textcircled{4} \quad \sqrt{60} - \sqrt{\frac{3}{5}} + \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$$

(2) 次の式を因数分解しなさい。

$$\textcircled{1} \quad a^3b - 9ab$$

$$\textcircled{2} \quad x(y - 5) + 3(5 - y)$$

$$\textcircled{3} \quad (a - b)^2 + 2a - 2b + 1$$

(3) 連立方程式 $\begin{cases} ax + 3by = 7 \\ 3bx - 4ay = -10 \end{cases}$ の解が $x = 2, y = -1$ のとき, a, b の値を求めなさい。

(4) 次の方程式を解きなさい。

① $(x - 1)^2 - 5(x - 1) - 6 = 0$

② $\frac{x(x - 4)}{4} = x - \frac{3}{2}$

(5) 関数 $y = -\frac{1}{3}x^2$ において, x の変域が $-3 \leq x \leq a$ のとき, y の変域が $-12 \leq y \leq b$ である。このとき, 定数 a, b の値を求めなさい。

(6) $13 \leq \sqrt{x} \leq 15$ を満たす整数 x の個数を求めなさい。

(7) 2つのさいころ A, B を同時に投げ, 出た目の数をそれぞれ a, b とするとき, \sqrt{ab} の値が有理数となる確率を求めなさい。

2

下の文章は、先生と生徒が倍数の判定について会話をしたものである。

次の各問いに答えなさい。

先生：今日は倍数の判定について学んでいきましょう。

生徒：判定ってどういうことですか？

先生：そうですね…、例えば1924は5の倍数かどうかすぐに見分けられますか？

生徒：えーと、アの数がイやウではないので、1924は5の倍数ではありません。

先生：このように、実際に割り算をせずに、その数がある数の倍数であるか、そうでないかを調べる方法について学んでいきます。

生徒：わかりました。今の例の通り、2の倍数や5の倍数を見分けるのは簡単ですね。

先生：そうですね。では7の倍数はどのようにして見分けることができるでしょうか。

生徒：それは聞いたことがありません。どのようにするのですか？

先生：実はいろいろな方法がありますが、2けたの整数が7の倍数であるか見極めることができれば、元の数が7の倍数かどうかを判断できる方法があります。

生徒：2けたの整数で最も大きい7の倍数はエですね。そのくらいなら大丈夫です。

先生：例えば、1924であれば192（一の位以外）と4（一の位）に分けて、 $192 - 4 \times 2 = 184$ と計算し、この184が7の倍数であれば元の1924も7の倍数であるということができます。つまり、（一の位以外）から（一の位）×2を引いた数を計算し、その数が7の倍数であれば、元の数も7の倍数になります。

生徒：えっ…、それじゃあ184が7の倍数であるかどうか調べないといけないじゃ

ないですか。

先生：それは $18 - 4 \times 2 = 10$ なので 184 は 7 の倍数ではない。

生徒：すなわち，1924 も 7 の倍数でない，ということですね。でも，これって本当に正しいのですか？

先生：では，これが正しいことを文字を用いて説明してみましょう。

元の数の（一の位以外）の数を a ，（一の位）の数を b とすると，元の数は

オ と表すことができますね。

（一の位以外）から（一の位） $\times 2$ を引いた数は カ と表すことができるので，A 「キ が 7 の倍数」ならば B 「ク も 7 の倍数」であることを文字を用いて証明してみましょう。

生徒：えーと…。キ は整数 n を用いて

$$\boxed{\text{キ}} = 7n$$

と表すことができるので， a を b ， n を用いて表すと，

$$a = \boxed{\text{ケ}}$$

であるから，

$$\boxed{\text{ク}} = 7(\boxed{\text{コ}})$$

と表すことができる。

コ は整数であるから，ク も 7 の倍数である。

先生：はい，よくできました。

(1) ア ~ コ にあてはまる数や式，語句を答えなさい。

ただし，イ < ウ とする。

(2) 下線部 A，B に関して証明するところのうち仮定と結論は A と B のどちらか，それぞれ答えなさい。

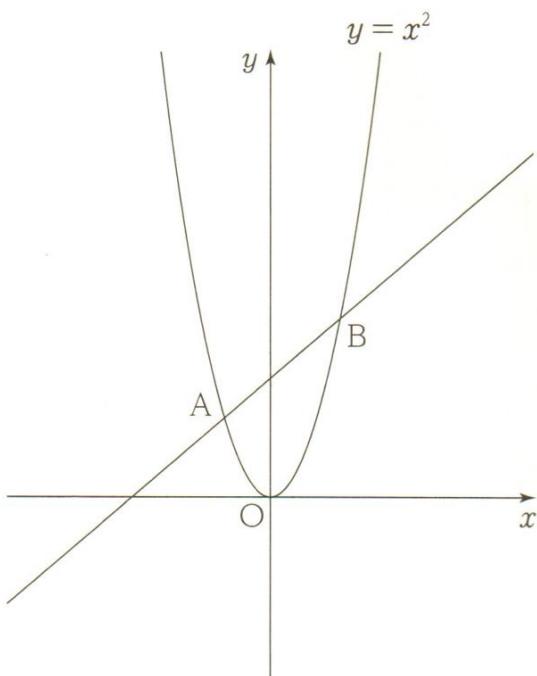
(3) 次の①~④の数のうち，7 の倍数をすべて選び，①~④の番号で答えなさい。

- ① 196 ② 2023 ③ 20419 ④ 204242

- 3** 放物線 $y = x^2$ 上に 2 点 A, B があり, x 座標はそれぞれ $-2, 3$ である。点 B を通り直線 OA に平行な直線とこの放物線との交点を C とし, 2 直線 AB と OC の交点を D とする。ただし, 点 C は点 B と異なる点とする。

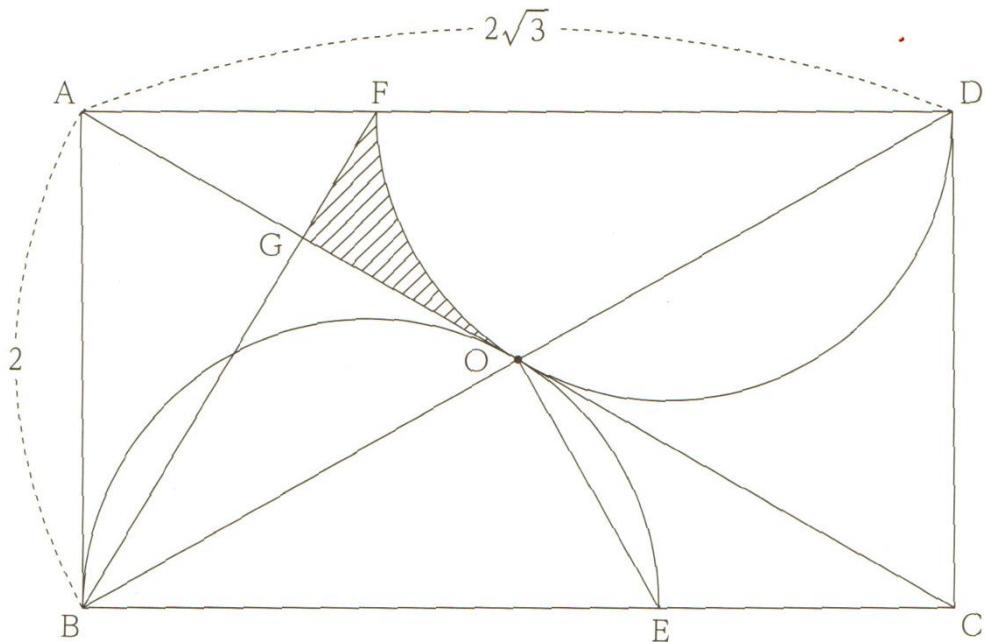
次の各問いに答えなさい。

- (1) 直線 AB の式を求めなさい。
- (2) 直線 BC の式を求めなさい。
- (3) 点 C の座標を求めなさい。
- (4) 点 D の座標を求めなさい。
- (5) $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。
- (6) 点 P がこの放物線上を動くとき, $\triangle PAB$ の面積が $\triangle OAB$ の面積と等しくなるような点 P の x 座標をすべて求めなさい。ただし, 点 P は点 O と異なる点とする。
- (7) 面積比 $\triangle AOD : \triangle BOD : \triangle ACB$ を最も簡単な整数比で表しなさい。
- (8) 四角形 AOBC の面積を求めなさい。
- (9) x 軸上に線分 AQ と線分 BQ の長さの和が最小となるように点 Q をとるとき, 点 Q の座標を求めなさい。



4 図のように、 $AB = 2$, $AD = 2\sqrt{3}$ の長方形の内部に、半径が等しい 2 つの半円があり、点 O で接している。

次の各問いに答えなさい。

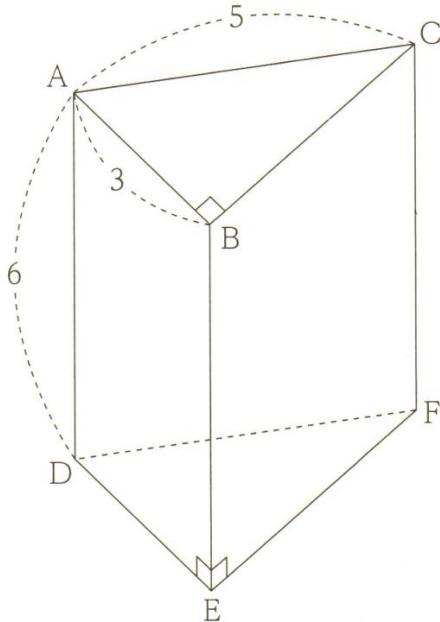


- (1) BD の長さを求めなさい。
- (2) $\angle DBC$ の大きさを求めなさい。
- (3) OE の長さを求めなさい。
- (4) AF の長さを求めなさい。
- (5) $\angle ABF$ の大きさを求めなさい。
- (6) $BG : GF$ を最も簡単な整数比で表しなさい。
- (7) $AG : GO : OC$ を最も簡単な整数比で表しなさい。
- (8) 斜線部分の面積を求めなさい。

5

図のように、 $AB = 3$, $AC = 5$, $AD = 6$, $\triangle ABC$ が直角三角形である三角柱がある。

次の各問いに答えなさい。



- (1) BC の長さを求めなさい。
- (2) 立体の体積を求めなさい。
- (3) 立体の表面積を求めなさい。
- (4) 点 A から辺 BE, CF 上の点を通り、点 D までひもをかける。ひもの長さが最短になるとき、ひもの長さを求めなさい。

次に 3 点 C, D, E を通る平面で立体を切断する。

このとき、次の各問いに答えなさい。

- (5) 点 A を含む立体の体積を求めなさい。
- (6) 点 F を含む立体について切断面を底面とするとき、点 F から底面にひいた垂線の長さを求めなさい。

① 1)

$$\frac{75}{100}$$

p1

$$\frac{4}{3} \times (-0.5)^2 - 0.75 \div (-3^2)$$

$$= \frac{4}{3} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} \div (-3^2)$$

$$= \frac{\cancel{4}}{3} \times \frac{1}{\cancel{4}} - \frac{3}{4} \div (-9)$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{3}{4 \cdot \cancel{3}} = \frac{4+1}{12}$$

$$= \frac{5}{12}$$

②

$$x - \frac{3x-y}{2} - \frac{x-2y}{3}$$

$$= \frac{6x - 3(3x-y) - 2(x-2y)}{6}$$

$$= \frac{6x - 9x + 3y - 2x + 4y}{6}$$

$$= \frac{-5x + 7y}{6}$$

$$= -\frac{5x - 7y}{6} = \frac{7y - 5x}{6}$$

$$\begin{aligned}
 ③ \quad & (-2x^1)^3 \div (-6x^3y^1)^2 \times 3x^1y^5 \quad p2 \\
 & = -8x^3 \div 36x^6y^2 \times 3xy^5 \\
 & = -\frac{8x^3 \times 3xy^5}{36x^6y^2} \quad \cancel{x} \cancel{x} \cancel{x} \\
 & = -\frac{2y^3}{3x^6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ④ \quad & \sqrt{60} - \sqrt{\frac{3}{5}} + \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{5}} \\
 & = \sqrt{4 \cdot 15} - \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} + \frac{3\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} \\
 & = 2\sqrt{15} - \frac{\sqrt{15}}{5} + \frac{3\sqrt{15}}{10} \\
 & = \frac{20\sqrt{15} - 2\sqrt{15} + 3\sqrt{15}}{10} \\
 & = \frac{21\sqrt{15}}{10} \quad 5x - 3y, \\
 & \quad 5x - 3x = 2x \\
 & \quad 5\sqrt{7} - 3\sqrt{7} = 2\sqrt{7}
 \end{aligned}$$

$$2) \textcircled{1} a^3b - 9ab$$

$$= ab(a^2 - 9)$$

$$= ab(a+3)(a-3)$$

p3

\textcircled{2}

$$x(y-5) + 3(5-y)$$

$$= x(y-5) - 3(y-5)$$

$$= (y-5)(x-3)$$

$$y-5 = t$$

$$xt - 3t$$

$$= t(x-3)$$

\textcircled{3}

$$(a-b)^2 + 2a - 2b + 1$$

$$= (a-b)^2 + 2(a-b) + 1$$

$$a-b = k \text{ となる。}$$

$$= k^2 + 2k + 1$$

$$= (k+1)^2$$

$$= (a-b+1)^2$$

$$3) \begin{cases} ax+3by=7 \\ 3bx-4ay=-10 \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} x=2 \\ y=-1 \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} p4 \\ \text{---} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \begin{cases} 2a-3b=7 \\ 6b+4a=-10 \end{cases} \quad \begin{array}{l} 4a-6b=14 \\ -)4a+6b=-10 \end{array} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \begin{array}{l} 2a+6=7 \\ 2a=1, \\ a=\frac{1}{2}, \end{array} \quad \begin{array}{l} -12b=24 \\ b=-2 \end{array} \\ \leftarrow \end{array}$$

4) ①

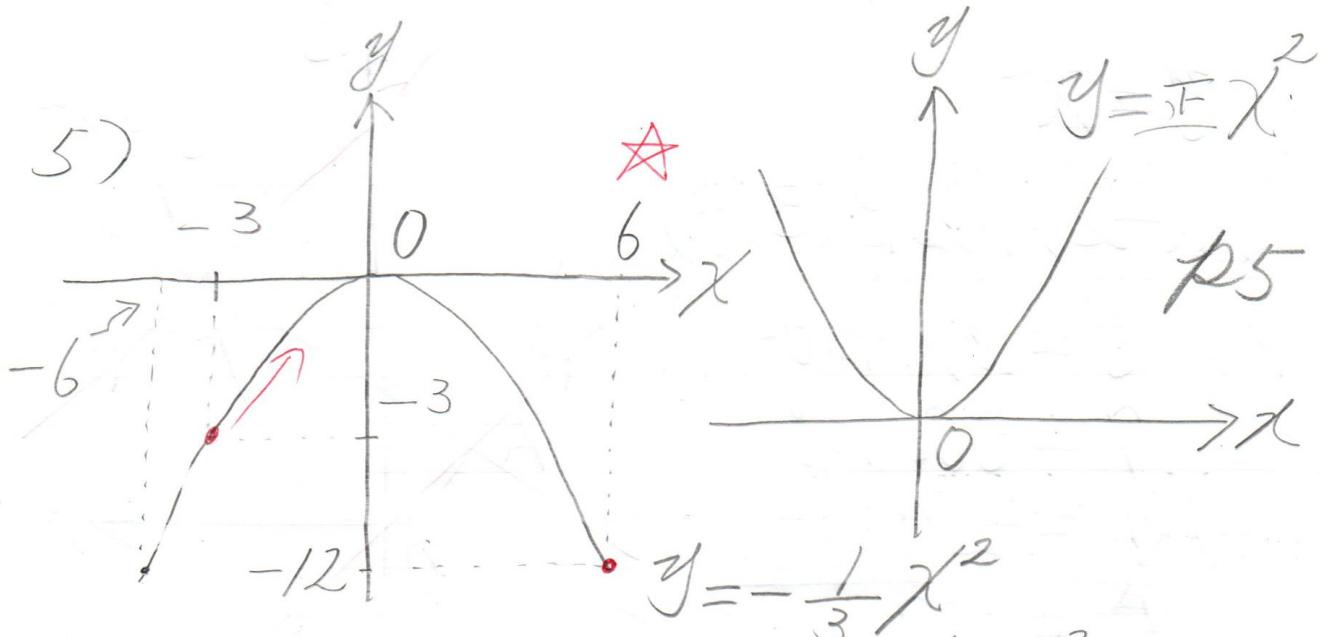
$$(x-1)^2 - 5(x-1) - 6 = 0$$

$$t^2 - 5t - 6 = 0$$

$$(t-6)(t+1) = 0$$

$$(x-7) \cdot x = 0 \quad \therefore x=0, 7$$

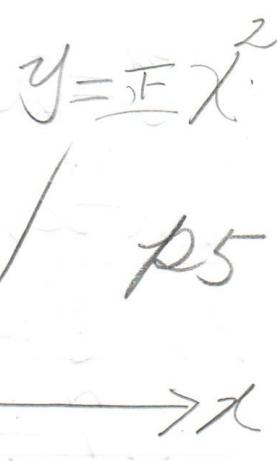
$$\begin{array}{l} \textcircled{2} \quad \begin{array}{l} \frac{x(x-4)}{4} = x - \frac{3}{2} \\ x(x-4) = 4x-6 \\ x^2 - 4x = 4x - 6 \\ x^2 - 8x + 6 = 0 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} x = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 6}}{2} \\ = \frac{8 \pm \sqrt{40}}{2} \\ = \frac{8 \pm 2\sqrt{10}}{2} \\ = 4 \pm \sqrt{10} \end{array} \right\} \end{array}$$



$$\therefore -3 \leq x \leq 6 \quad -12 = -\frac{1}{3}x^2$$

$$-12 \leq y \leq 0 \quad x^2 = 36 \quad \therefore x = \pm 6$$

$$a=6, b=0$$



p5

$$6) 13 \leq \sqrt{x} \leq 15 \quad } 225 - \underline{168}$$

$$\underline{169} \leq x \leq 225 \quad } = 57$$

$$7) \sqrt{ab} = \sqrt{1}, \sqrt{4}, \sqrt{9}, \sqrt{16}, \sqrt{25}, \sqrt{36}$$

のときだけ。 サイコロ

$$(a, b) = (1, 1), (1, 4), (2, 2), (4, 1),$$

$$(3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)$$

の計 8通り。

サイコロ2つより、分母は 6^2

$$\therefore \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

②

12の位の数が、1や5でない。

$$\text{エ: } 7 \times 14 = 98$$

元の数が427ならば

$$427 = \underline{4}20 + 7 (= 42 \times 10 + 7)$$

$$\therefore 10a+b \cdots \text{オ, 7}$$

$$a-b \times 2 \cdots \text{カ, キ}$$

$$a-2b = 7n$$

$$a = 7n + 2b \cdots \text{ケ}$$

$$\begin{aligned} 10a+b &= 10(7n+2b)+b \\ &= 70n+21b \\ &= 7(10n+3b) \end{aligned}$$

2) 假定A, 結論B
(ならば)

p7

3)

$$\textcircled{1} \quad 196 \Rightarrow 19 - 6 \times 2 = 7 \quad \text{ok}$$

$$\textcircled{2} \quad 2023 \Rightarrow 202 - 3 \cdot 2 = 196$$

$$= 140 + 56 \quad \text{ok}$$

$$\textcircled{3} \quad 20419 \Rightarrow 2041 - 9 \cdot 2$$

$$= 2023$$

$$= 1400 + 623$$

$$= 1400 + 560 + 63 \quad \text{ok}$$

$$\textcircled{4} \quad 204242$$

$$\Rightarrow 20424 - 2 \times 2$$

$$= 20420$$

$$= 14000 + 6420$$

$$= 14000 + 6300 + 120$$

x

13

$$y = x^2$$

$$A(-2, 4), B(3, 9)$$

$$1) y = ax + b$$

$$9 = 3a + b$$

$$\begin{array}{r} - \\ \hline 4 = -2a + b \\ 5 = 5a \end{array}$$

$$a = 1, b = 6$$

$$\therefore y = x + 6$$

$$3) y = -2x + 15$$

$$y = x^2$$

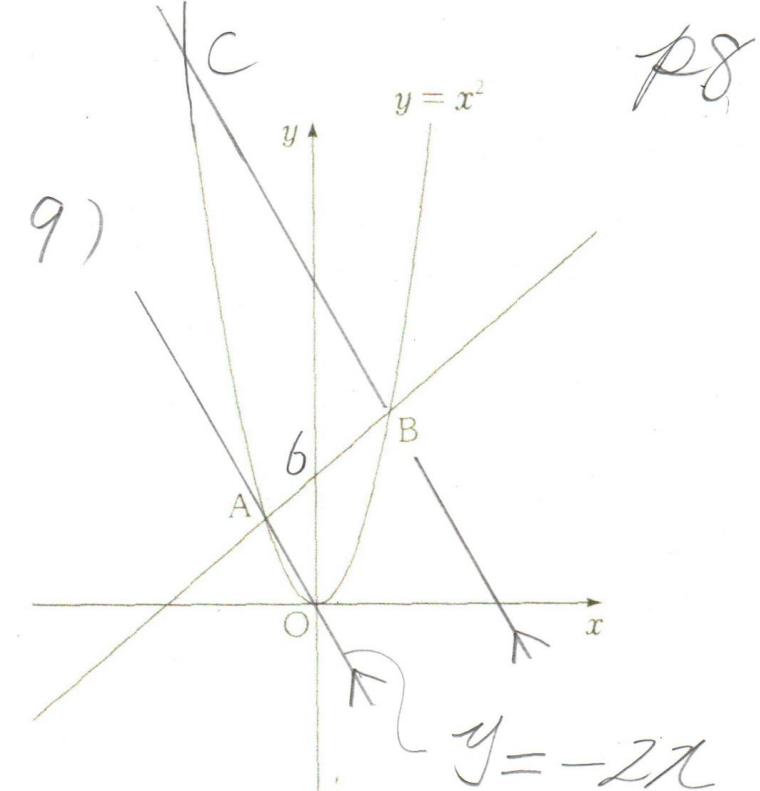
$$\therefore x^2 = -2x + 15$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$(x+5)(x-3) = 0$$

$$x = -5, 3$$

$$\therefore C(-5, 25)$$



$$2) y = -2x + c$$

$$9 = -6 + c$$

$$c = 15$$

$$\therefore y = -2x + 15$$

$$4) y = -5x$$

$$y = x + 6$$

$$0 = -6x - 6$$

$$6x = -6$$

$$x = -1, D(-1, 5)$$

$$5) \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3$$

$$= 15$$

$$6) y = x + 12$$

$$\text{b) } y = x + 12$$

$$\text{und } y = x^2$$

$$\therefore x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x-4)(x+3) = 0$$

$$x = -3, 4$$

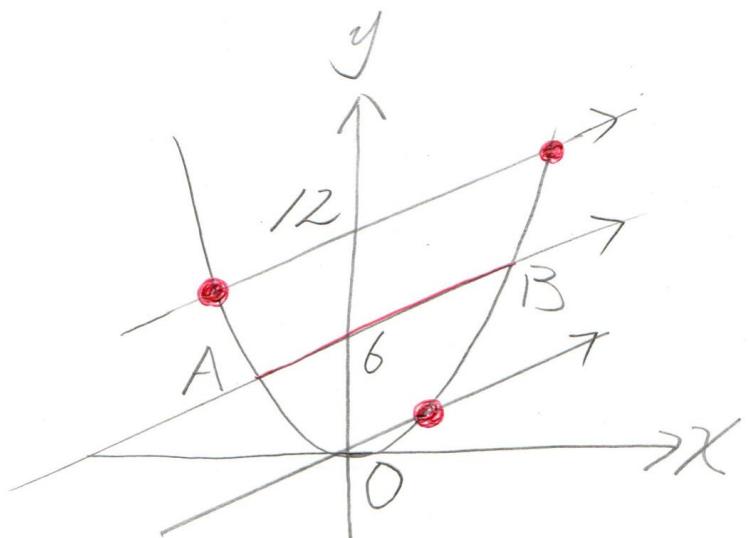
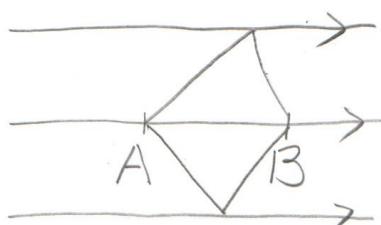
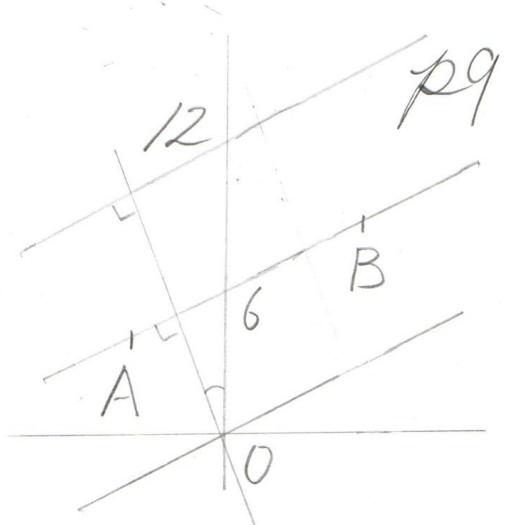
$$\text{v) } y = x \text{ und } y = x^2$$

$$x^2 = x, x^2 - x = 0$$

$$x(x-1) = 0$$

$$x = 0, 1$$

$$\underline{\text{A. } -3, 1, 4}$$



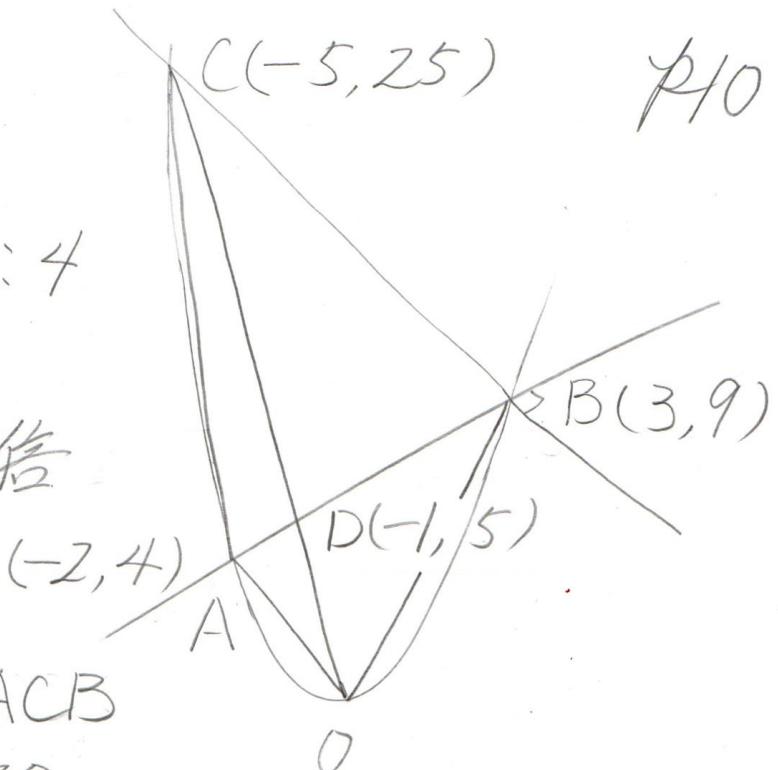
7)

$$\triangle AOD : \triangle BOD = 1 : 4$$

$\triangle ACB$ は

$\triangle AOD$ の高さ 4 倍
底辺 5 倍。

$$\therefore \triangle AOD : \triangle BOD : \triangle ACB \\ = 1 : 4 : 20$$

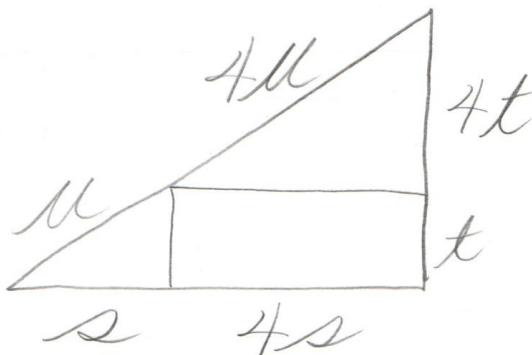


8) $\square AOBC$

$$= \triangle OAB + \triangle ABC$$

$$= 15 + 15 \cdot 4$$

$$= 75$$



. B(3, 9)

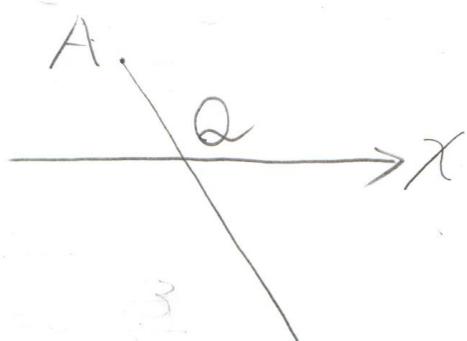
9) A(-2, 4)

B(3, -9),

2 点を通る方程式は

$$y = -\frac{13}{5}x - \frac{6}{5}$$

(x 軸上よ) $y = 0$

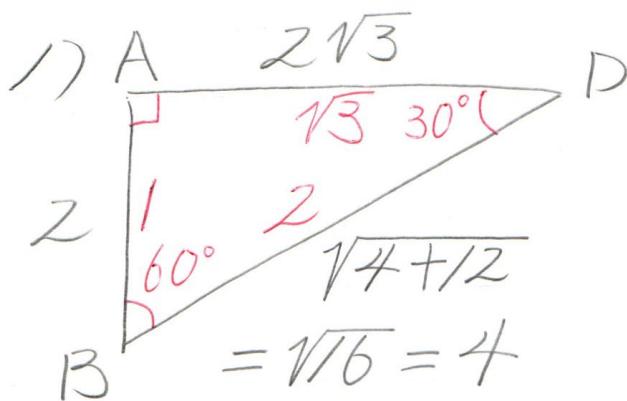


B'(3, -9)

$$\therefore Q\left(-\frac{6}{13}, 0\right)$$

P11

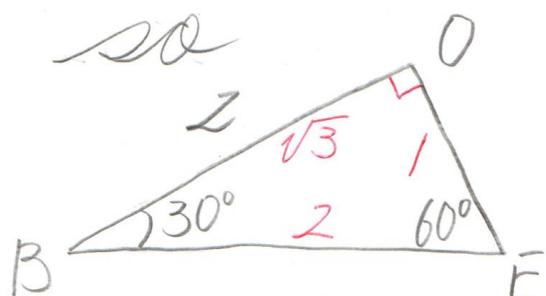
四



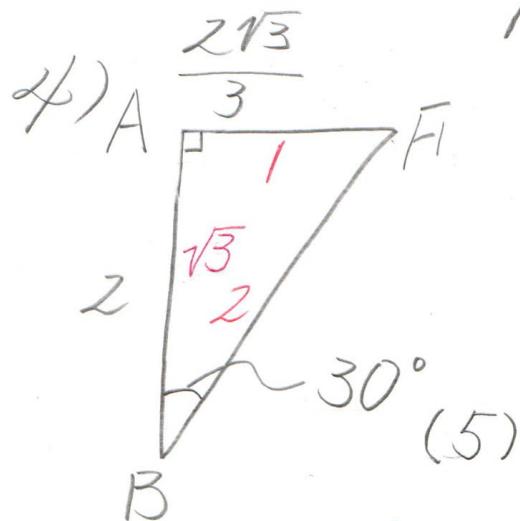
2) $\angle DBC = \angle BDA$
 $= 30^\circ$

3) BEの中点をO' とおくと 内周角より
 $\angle O'OE = 2\angle OBE$
 よって $= 60^\circ$

$\triangle O'OE$ は正三角形。

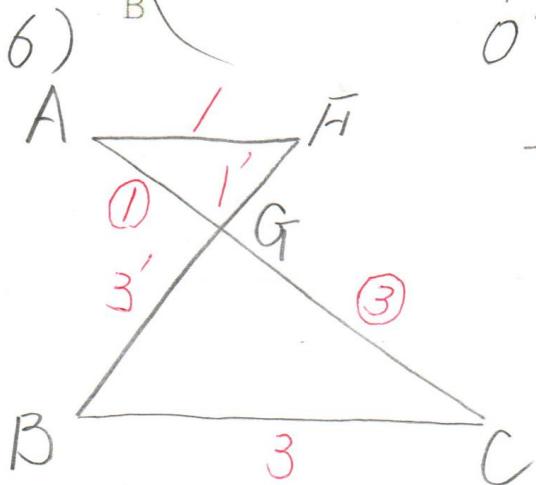
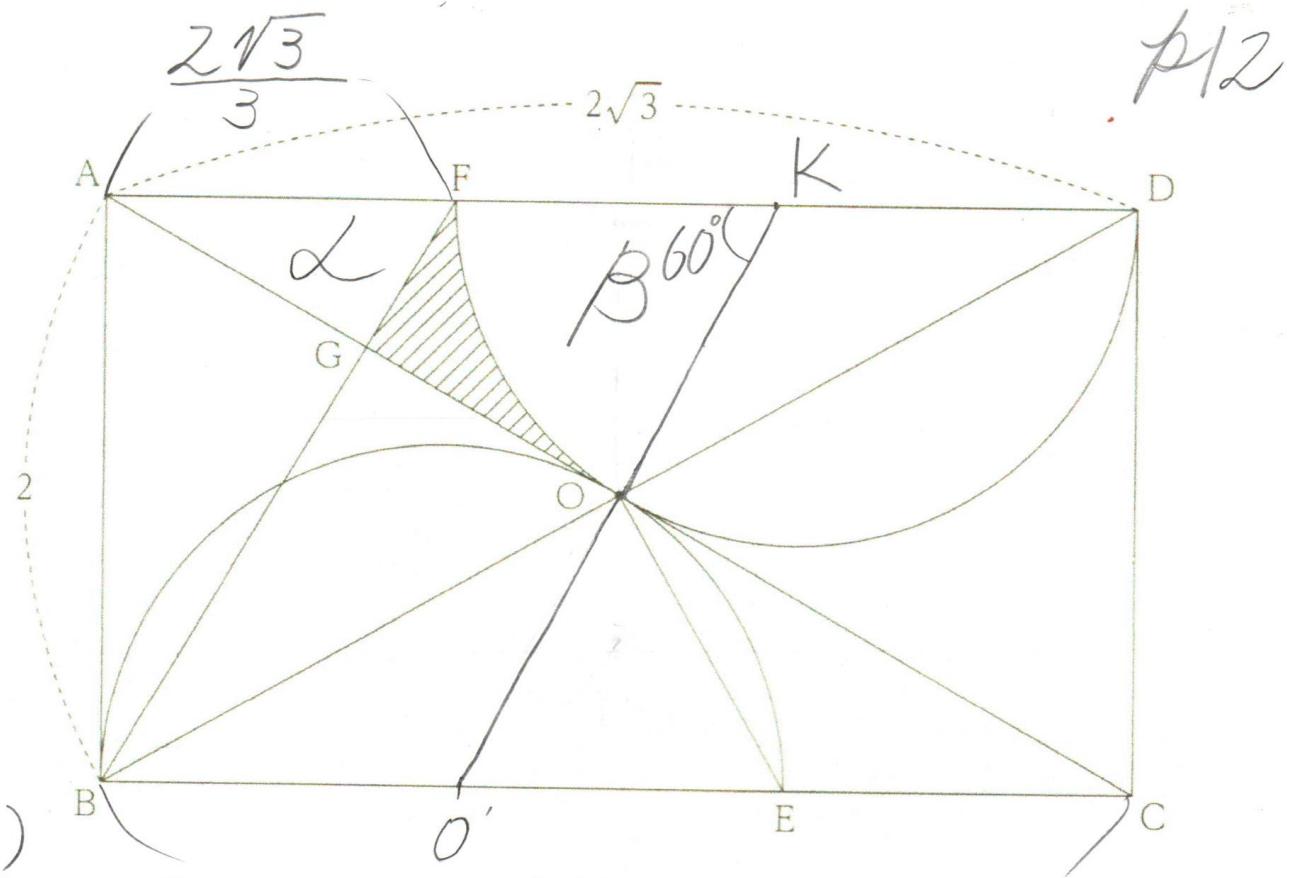


$$\therefore OE = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

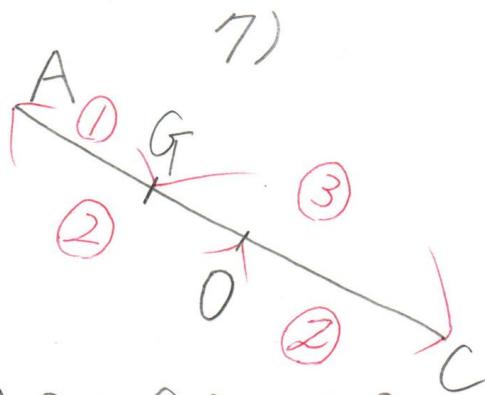


$$\left. \begin{aligned} AF &= 2\sqrt{3} - 2 \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ AB : AF &= 2 : \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ &= 3 : \sqrt{3} \\ &= \sqrt{3} : 1 \end{aligned} \right\}$$

$$\triangle AOK = \frac{1}{2} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{3} \cdot 1$$



$$\frac{6\sqrt{3}}{3}$$



$$BG : GA = 3 : 1$$

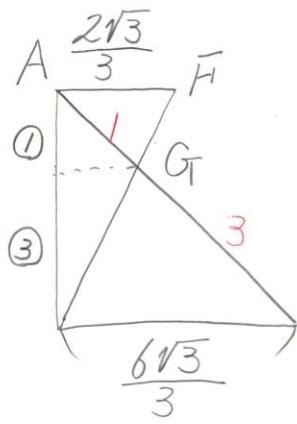
$$AG : GO : OC$$

$$= 1 : 1 : 2$$

$$8) \quad \angle = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot 2 \times \frac{1}{4} (= \frac{\sqrt{3}}{6})$$

$$B = \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 \pi \times \frac{1}{6} = \frac{2}{9} \pi$$

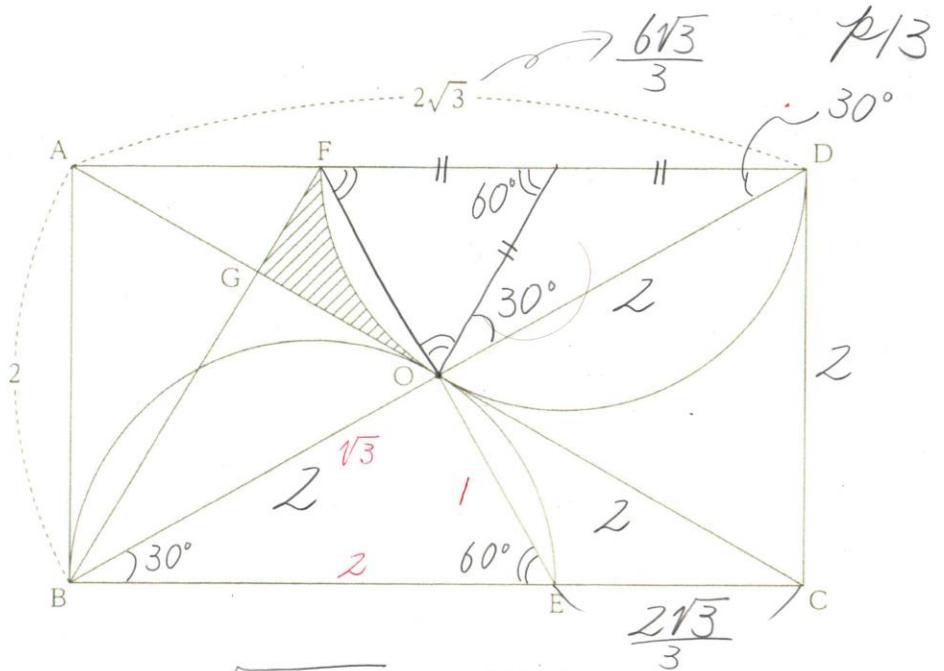
$$\therefore \frac{1}{2} \times \frac{4\sqrt{3}}{3} \times 1 - \frac{\sqrt{3}}{6} - \frac{2}{9} \pi = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{2}{9} \pi$$



$$= \frac{\frac{1}{2} \times \frac{2\sqrt{3}}{3} \times 2 \cdot \frac{1}{4}}{6}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{3} \cdot 1 - \frac{\sqrt{3}}{6} - \frac{1}{6} \left(\frac{2\sqrt{3}}{3} \right)^2 \pi$$

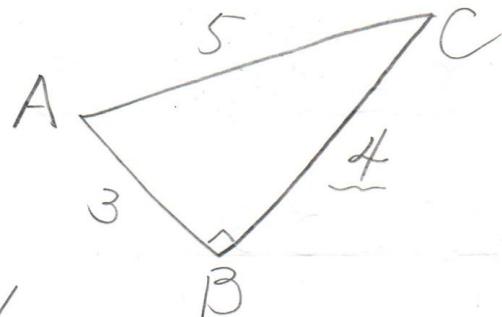
$$= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{2}{9} \pi$$



$$\sqrt{4+12} = \sqrt{16} = 4$$

$$\frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{1}{3}\sqrt{3}} - \beta$$

5) 1)

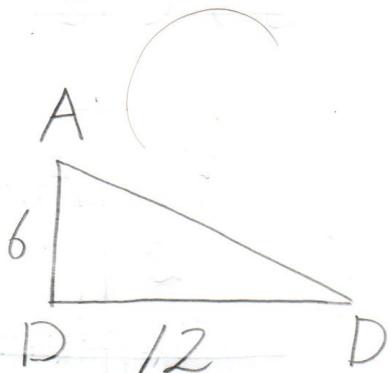
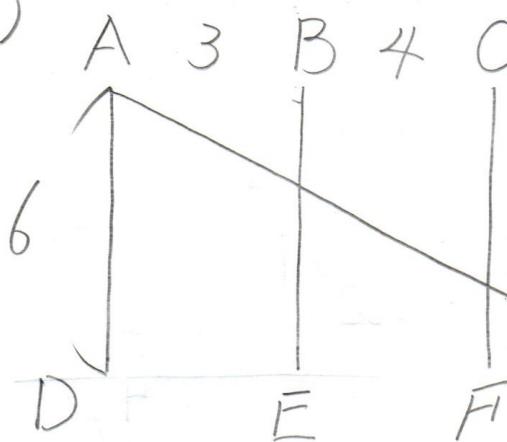


p14

$$2) \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \times 6 \\ = 36$$

$$3) 6(3+4+5)+6 \cdot 2 \\ = 72+12 \\ = 84$$

4)



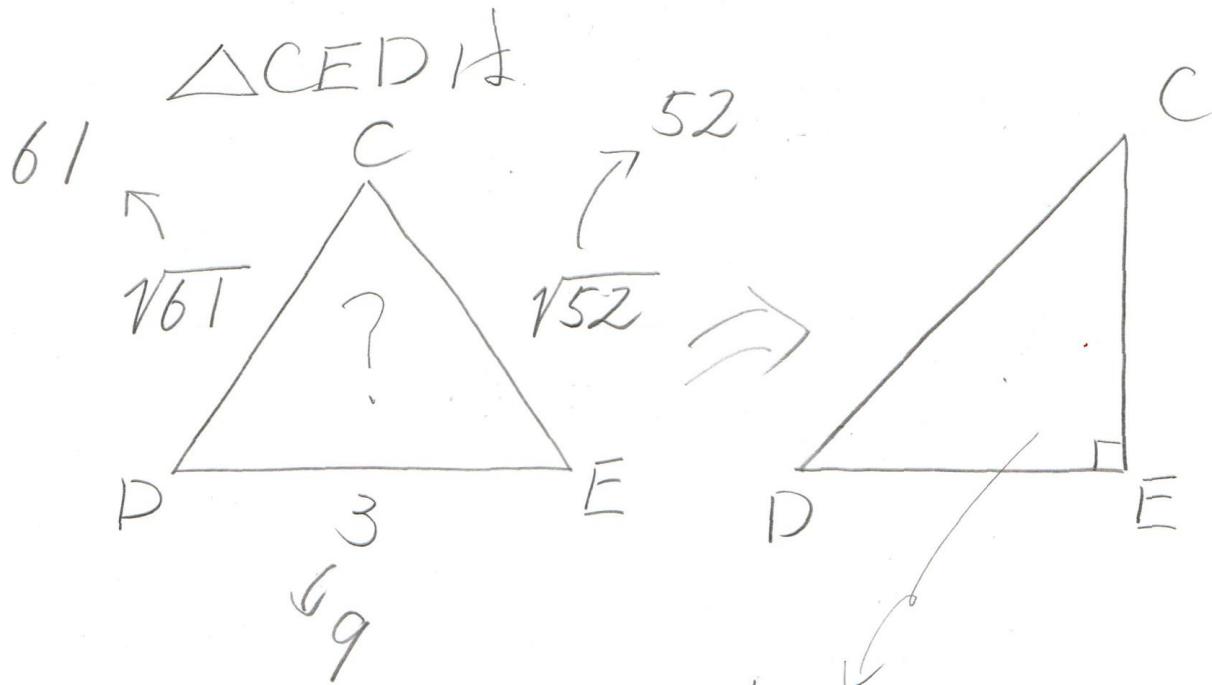
$$1) \sqrt{144+36}$$

$$5) \square ABED \times CB \times \frac{1}{3} \\ = \frac{1}{3} \cdot 18 \cdot 4 \\ = 24$$

$$= \sqrt{180} \\ = 6\sqrt{5}$$

P15

$$6) \text{ } C-\bar{E}D\bar{H} : \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \frac{1}{3} = 12$$



$$\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2\sqrt{13}$$

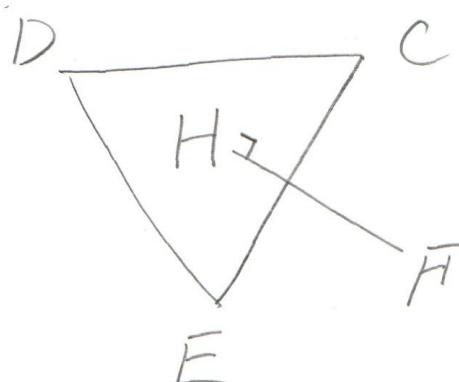
$$= 3\sqrt{13}$$

体積 12 より

$$\cancel{3\sqrt{13} \times \bar{A}\bar{H} \times \frac{1}{3}} = 12$$

$$\bar{A}\bar{H} = \frac{12}{\sqrt{13}}$$

$$= \frac{12\sqrt{13}}{3} ,$$

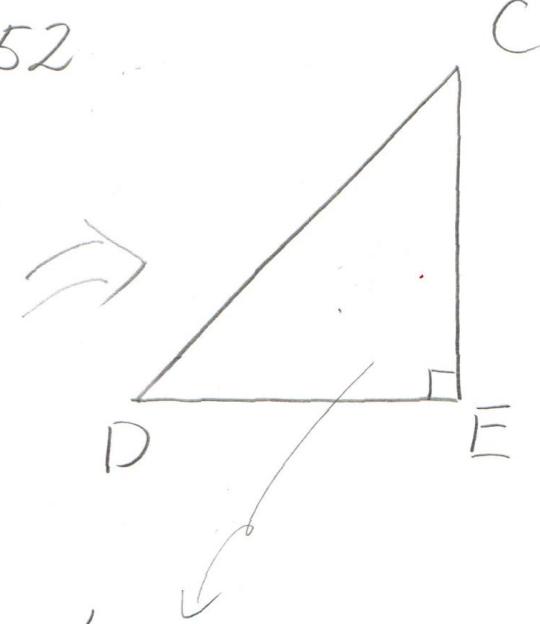
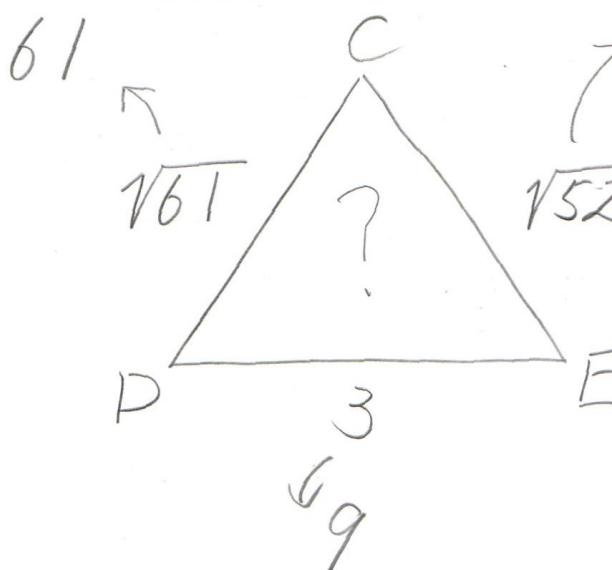


P15

6)

$$\text{三角錐 } C-ED\bar{H} : \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \frac{1}{3} = 12$$

$\triangle CED \perp H$



$$\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2\sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{3}$$

体積 12 より

$$\cancel{3\sqrt{3} \cdot FH \cdot \frac{1}{3}} = 12$$

$$FH = \frac{12}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{12\sqrt{3}}{3} , ,$$

